FRISES ET PAVAGES

I. LES SEPT FRISES

Mathématiquement on démontre qu'il n'existe que sept types de frises.

La maille se répète par translation : elle est réalisée à partir d'un motif .
L'art des frises est très ancien : Grèce, pays celtes, Vikings, etc.

Dans de nombreuses églises romanes, voussures, linteaux, chapiteaux sont très souvent sculptés de frises.

Le **chapiteau** est un élément de forme évasée qui couronne une colonne et lui transmet les charges qu'elle doit porter. D'un point de vue ornemental, il est le couronnement, la partie supérieure d'un poteau, d'une colonne, d'un pilastre, d'un pilier, etc.

Le **linteau** est un élément architectural qui sert à soutenir la maçonnerie ou les matériaux du mur au-dessus d'une baie, d'une porte, ou d'une fenêtre.

La **voussure** est la partie courbe qui surmonte une porte, une fenêtre.

Chapiteau

Linteau

Voussures

Pour les voussures, on peut les imaginer « redressées » pour visualiser la frise.

Eglise Saint Brice de Saint Mandé

Les frises présentées ici, se trouvent dans les églises romanes de Saintonge (Aulnay : ①,②,③,④,⑥ et ⑦ ; Saint Mandé : ⑤).

Pour chacune des frises mettre en valeur la **maille** qui se répète par **translation**, puis le **motif de base** ainsi que les **axes de symétrie** de la **maille** et le **centre de symétrie** (travail à réaliser sous GeoGebra avec frise en image de fond).

Frise avant travail sous GeoGebra

① motif simple – puis translations de la maille

② motif doublé – par symétrie d'axe vertical – puis translations de la maille

③ motif doublé – par symétrie d'axe horizontal – puis translations de la maille

④ motif doublé – par symétrie centrale – puis translations de la maille

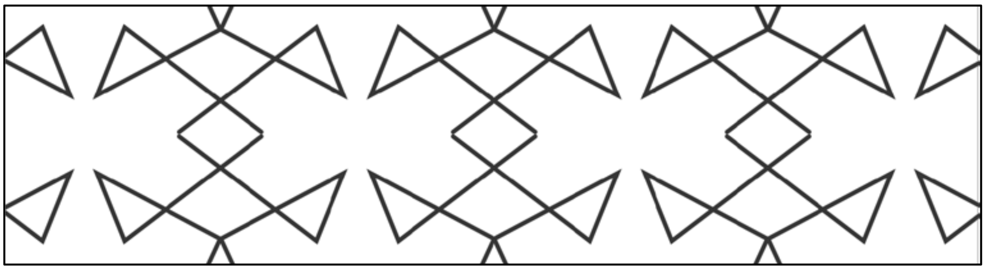
⑤ motif doublé – par symétrie d'axe horizontal et glissement en diagonale – puis translations de la maille

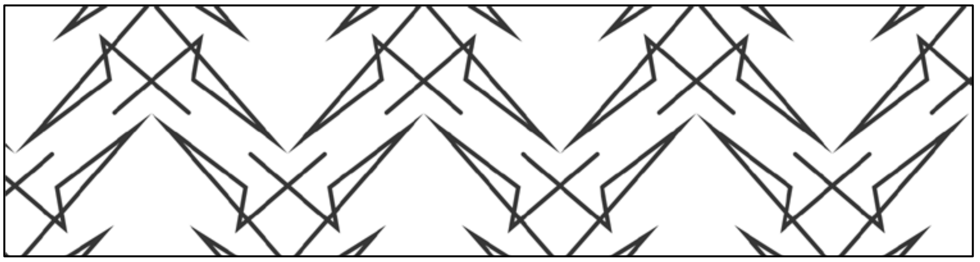
⑥ motif quadruplé – par symétrie centrale suivie de symétrie d'axe vertical – puis translations de la maille

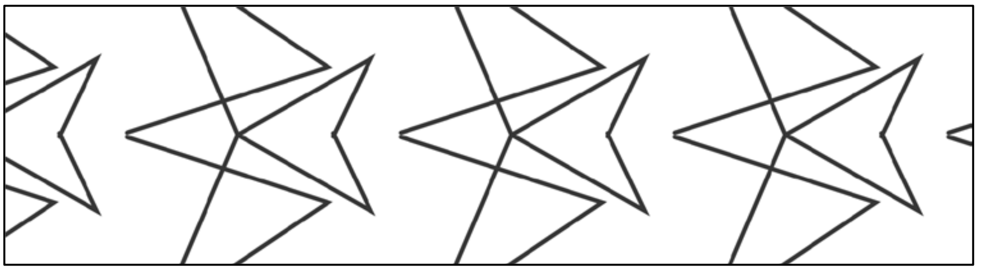
⑦ motif quadruplé – par symétrie d'axe horizontal suivie de symétrie d'axe vertical – puis translations de la maille

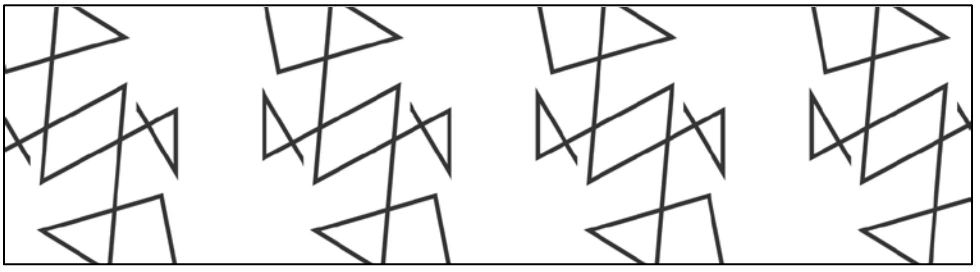
1° Reconnaissance de frises

Les frises ci-après ont été réalisées à l'aide du logiciel KALI. Pour chacune d'elles, retrouver le motif de base, les symétries de la maille.


FRISE 1


FRISE 2

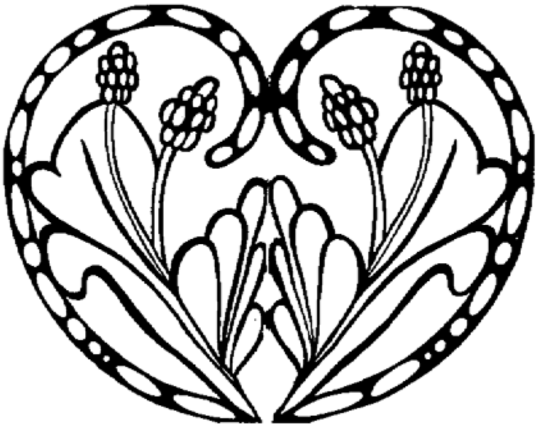

FRISE 3

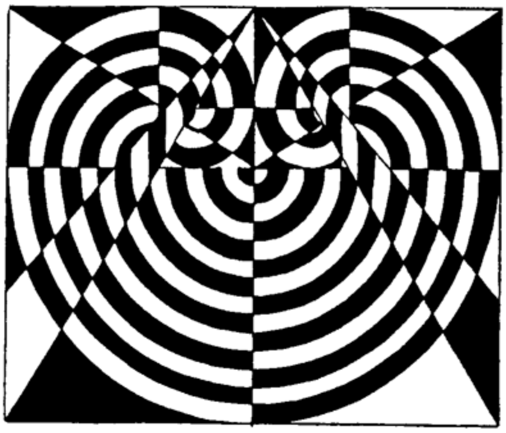

FRISE 4

2° Motif dans un rectangle d'or

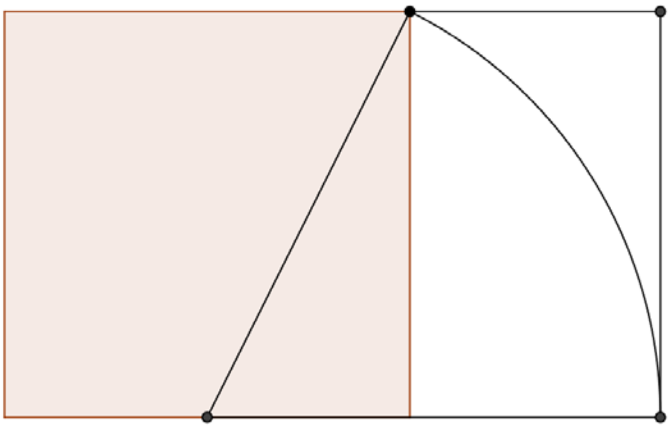
Réaliser un motif de base et son « retourné » par une symétrie axiale, puis 7 frises à l'aide des photocopies de ce motif. On peut réaliser ce motif sous GeoGebra.

Deux exemples de motifs :





Rappel visuel pour construire un rectangle d'or :



Un rectangle d'or est un rectangle dont le rapport de la longueur sur la largeur est égal au nombre d'or : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

II. LES 17 PAVAGES DU PLAN

Paver le plan, c’est le recouvrir sans trou ni chevauchement.

Il existe des pavages réguliers, où on ne retrouve qu’une seul forme de pavé, et des pavages irréguliers, où plusieurs formes interviennent.

On démontre qu’il n’existe que 17 pavages du plan obtenus à partir d’un pavé et de son « retourné » dans une symétrie « miroir » ou axiale.

Les pavages sont repérés par un numéro de type, ou un nom (de STURNON) ou un sigle, donné par les cristallographes (tableau ci-après).

Le **pavé de base** permet d’obtenir une **maille** qui se répète suivant deux translations de directions différentes (de vecteurs non colinéaires).

Cinq mailles sont traitées ci-après.

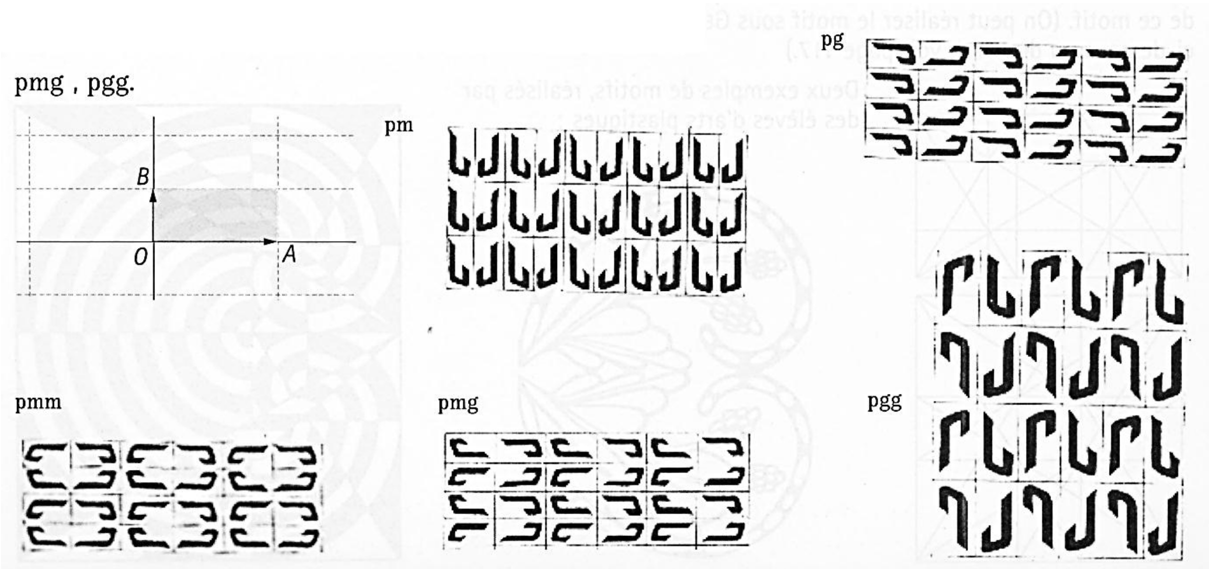
n° 01	parallélogrammique asymétrique	p1
n° 02	parallélogrammique symétrique	p2
n° 03	hexagonal trois rotatif	p3
n° 04	carré quatre rotatif	p4
n° 05	hexagonal six rotatif	p6
n° 06	rectangulaire glissant	pg
n° 07	rectangulaire biglissant	pgg
n° 08	rectangulaire monosymétrique	pm
n° 09	rhombique monosymétrique	cm
n° 10	rectangulaire glissant symétrique	pmg
n° 11	rectangulaire bisymétrique	pmm
n° 12	rhombique bisymétrique	cmm
n° 13	carré quatre rotatif glissant	p4g
n° 14	hexagonal trisymétrique	p3m
n° 15	hexagonal trois rotatif symétrique	pm3
n° 16	carré totalement symétrique	p4m
n° 17	hexagonal totalement symétrique	p6m

1° Les mailles pour former les 17 pavages

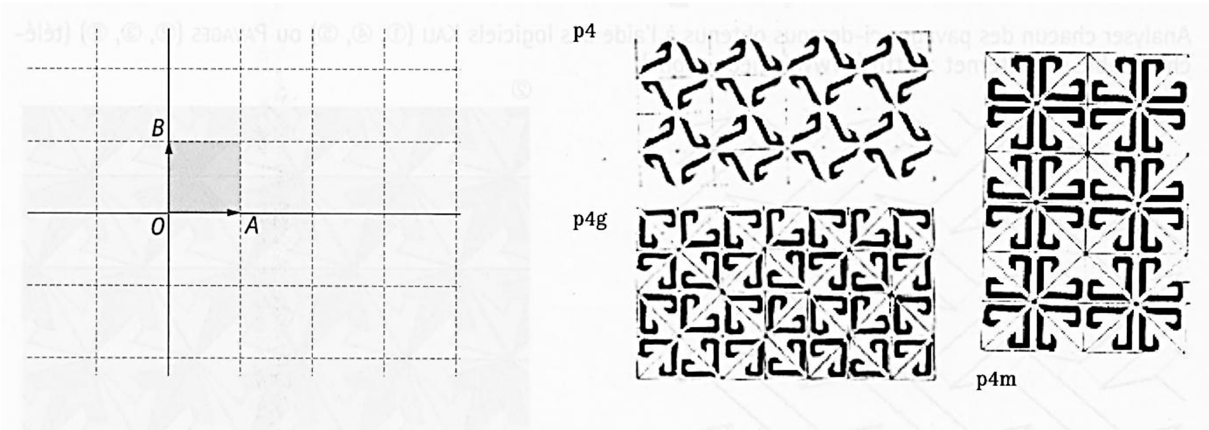
Pour chacun des pavages, retrouver la maille, les axes de symétrie et le pavé de base.
Donner sa nature (triangle isocèle, triangle rectangle, demi triangle équilatéral ; carré, losange à 60°, rectangle, etc.).

a) La **maille en parallélogramme** permet les pavages p1 et p2.

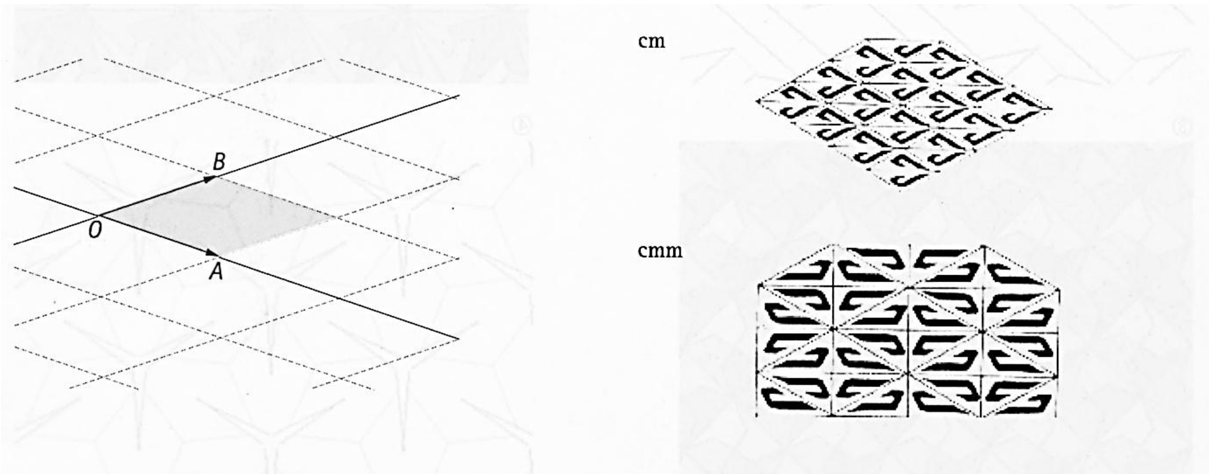
b) La **maille en rectangle** permet les pavages pm, pg, pmm, pmg, pgg.



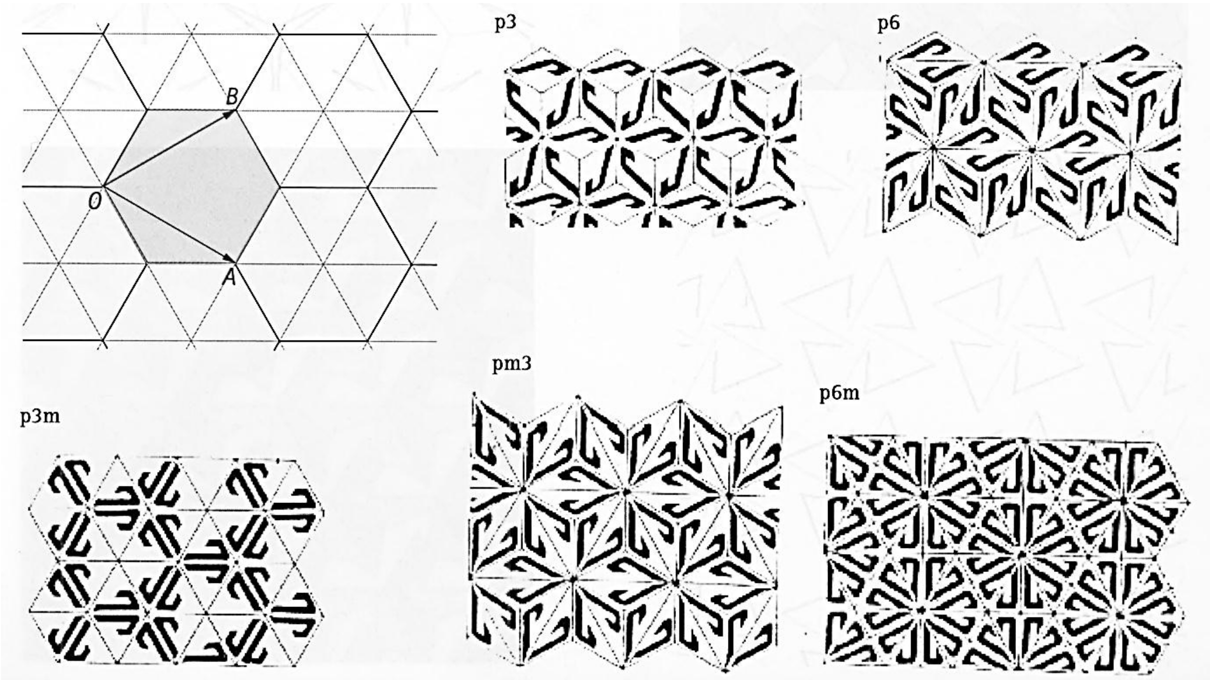
c) La **maille en carré** permet les pavages p4, p4g et p4m.



d) La **maille en losange** permet les pavages cm et cmm.



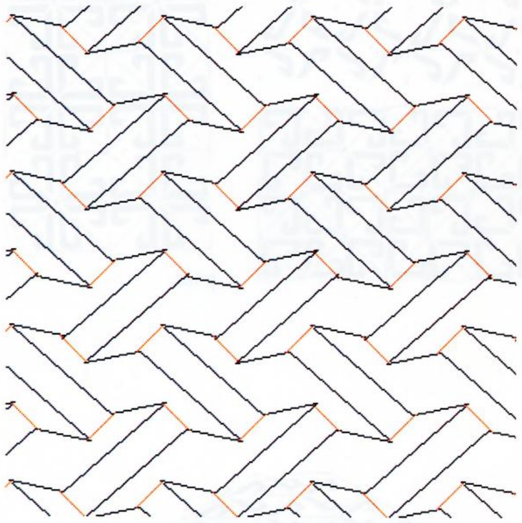
e) La **maille en hexagone** permet les pavages p3, p6, p3m, pm3 et p6m.



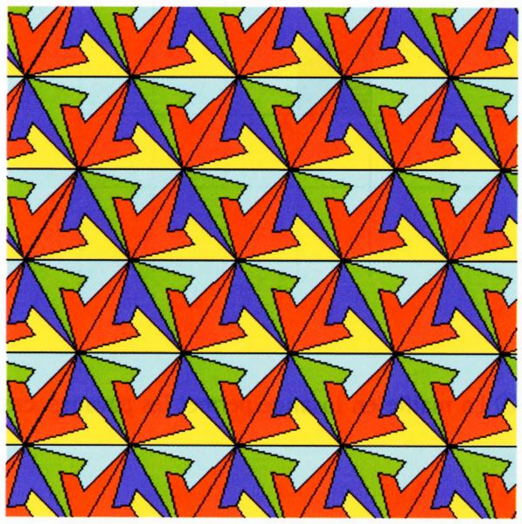
2° Reconnaître des pavages

Analyser chacun des pavages ci-dessous obtenus à l’aide des logiciels KALI (①,④,⑤) ou PAVAGES (②,③,⑥).

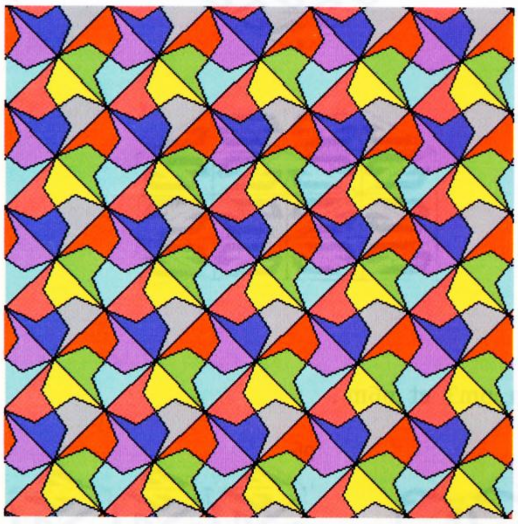
①



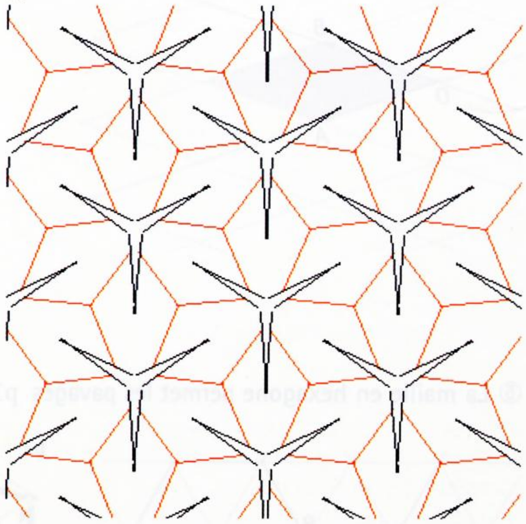
②



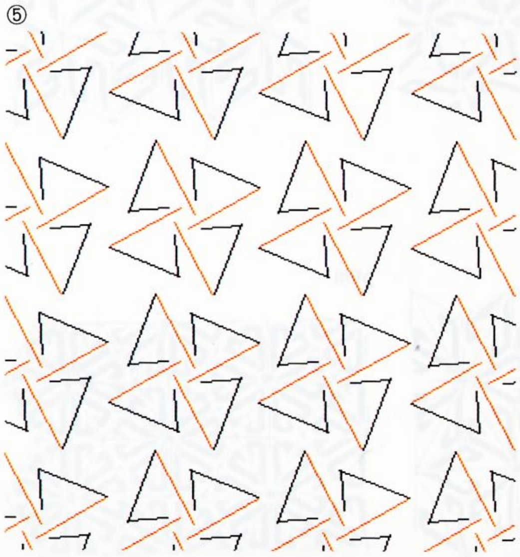
③



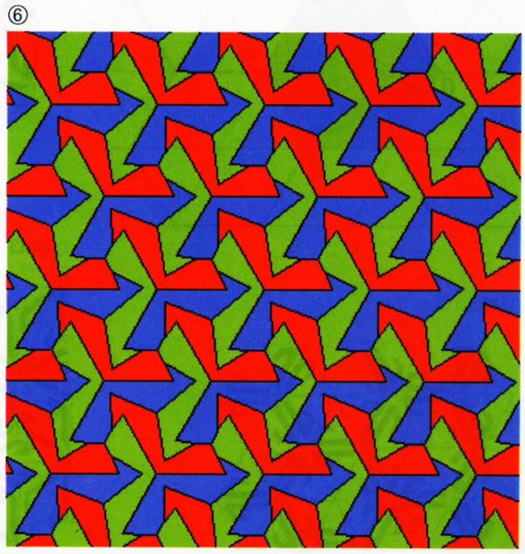
④



⑤



⑥

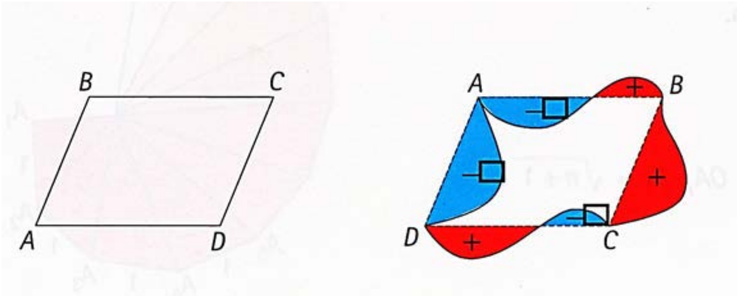


3° Technique du « enlever-ajouter »

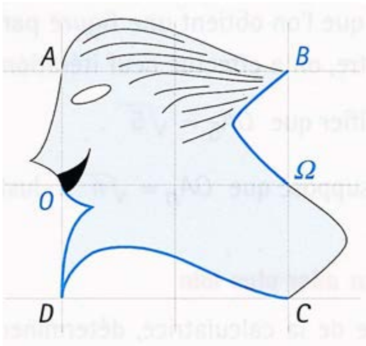
Pour obtenir des pavages comme ceux d'ESCHER, on peut déformer une maille en parallélogramme (rectangle, carré ou losange) ou triangle équilatéral.
Le logiciel PAVAGES utilise cette technique.

a) Parallélogramme

- Utilisation de translations de vecteur $\overrightarrow{AB}$ ou de vecteur $\overrightarrow{AD}$

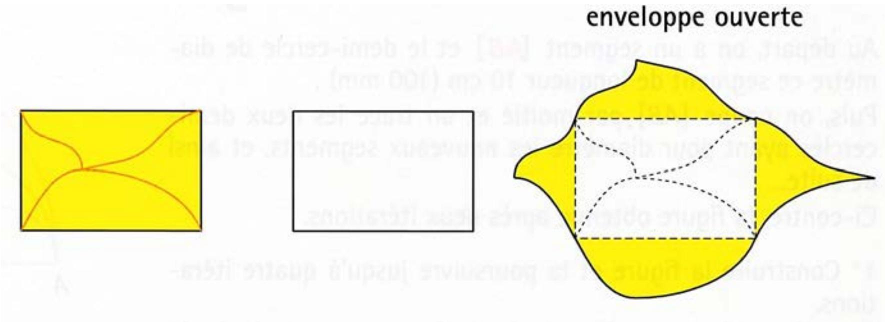


- Utilisation de symétries centrales de centre O ou de centre Ω.

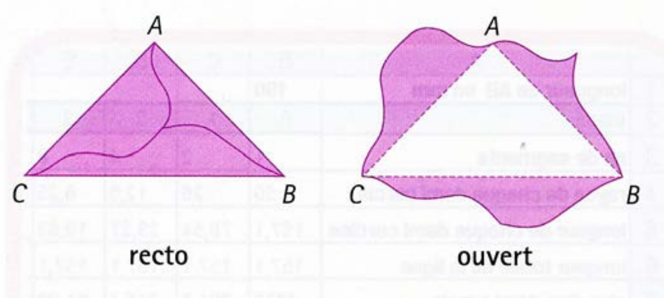


4° Technique de l'enveloppe : quelques exemples

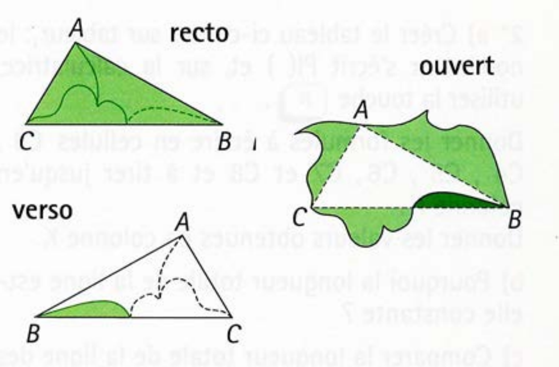
a) A partir d'un rectangle
On ferme l'enveloppe ; au recto on trace des lignes de découpage qui joignent un point à chacun des sommets du rectangle ; on découpe suivant ces lignes et on ouvre l'enveloppe.



b) A partir d'un triangle isocèle rectangle



c) A partir d'un triangle demi-équilatéral



Application : réaliser des pavages à l'aide des techniques du 3° et 4°.